

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1. Να λύσετε τα παρακάτω (Σ) : ι)  $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$     ιι)  $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 12x - 4y = 4 \end{cases}$     ιιι)  $\begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ 6x - 3y = 10 \end{cases}$   
α) Με τη μέθοδο της αντικατάστασης    β) Με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών

2. Να λυθεί το σύστημα :  $\begin{cases} \frac{x-1}{3} - 1 = \frac{1-y}{2} \\ 2(x+y-3) + y = 3 - (x-y) \end{cases}$

3. Ομοια το σύστημα :  $\begin{cases} \frac{x+2}{7} + \frac{y-x}{4} = 2x-8 \\ \frac{2y-3x}{3} + 2y = 3x+4 \end{cases}$

4. Ομοια το σύστημα :  $\begin{cases} 5(x-y) - 2x = 3(x-5) \\ \frac{3x-6}{6} = \frac{4x-y-1}{8} \end{cases}$

5. Ομοια τα συστήματα : ι)  $\begin{cases} \frac{8}{x} + \frac{2}{y} = 7 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{4} \end{cases}$     ιι)  $\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{7}{y} = 4 \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = -1 \end{cases}$

6. Να λυθεί το σύστημα :  $\begin{cases} x + y = 7 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{12} \end{cases}$

7. Να λυθούν τα συστήματα : α)  $\begin{cases} 3|x| - 2|y - 2| = 10 \\ 5|x| + 3|y - 2| = 23 \end{cases}$     β)  $\begin{cases} |x| + |y| = 4 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$

8. Να λυθεί το σύστημα :  $\begin{cases} |2x - 3y| = 12 \\ 3x + 3y = 7 \end{cases}$

9. Να λυθεί το σύστημα :  $\begin{cases} \frac{3}{x+2y} + \frac{1}{3x-y} = 4 \\ \frac{2}{x+2y} - \frac{3}{3x-y} = -23 \end{cases}$

10. Να λυθεί το σύστημα : 
$$\begin{cases} \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{5} \\ 2x+3y-4z=7 \end{cases}$$

11. Να λυθεί το σύστημα : 
$$\begin{cases} 2x + \sqrt{3}y = 3 \\ \sqrt{3}x + 2y = -\sqrt{3} \end{cases}$$

12. Να λυθούν τα συστήματα : α) 
$$\begin{cases} (\lambda+1)x - 2y = \lambda + 2 \\ x + (\lambda-2)y = 2 \end{cases}$$
 β) 
$$\begin{cases} (\lambda-1)x - 2\psi = 1 \\ 4x - (\lambda+1)\psi = \lambda - 1 \end{cases}$$

13. Να λυθεί τα συστήματα : α) 
$$\begin{cases} (\lambda-1)x + 3y = 2 \\ \lambda x + (\lambda+4)y = \lambda + 2 \end{cases}$$
 β) 
$$\begin{cases} x + \lambda y = 2 \\ \lambda x - 4\lambda y = 3\lambda + 4 \end{cases}$$

14. Να λυθούν τα συστήματα : α) 
$$\begin{cases} \lambda x - 3\lambda y = 2\lambda + 3 \\ x + \lambda y = 1 \end{cases}$$
 β) 
$$\begin{cases} (\lambda+2)x + (\lambda-1)y = \lambda + 1 \\ (\lambda-4)x + 2(\lambda+1)y = -2 \end{cases}$$

15. Να λυθεί το σύστημα : 
$$\begin{cases} (\lambda+2)x - (2\lambda+1)y = 3 \\ (\lambda-2)x - (\lambda-1)y = \lambda - 1 \end{cases}$$

16. Να λυθεί το σύστημα : 
$$\begin{cases} (\lambda+2)x - 2y = 1 \\ (\lambda+2)x - (\lambda+1)y = 2\lambda - 1 \end{cases}$$

17. Να λυθεί το σύστημα : α) 
$$\begin{cases} 2x + \lambda y = 2 \\ \lambda x + 2y = \lambda \end{cases}$$
 β) 
$$\begin{cases} (\lambda+1)x - 2(\lambda-1)\psi = 3 \\ x + 3\lambda\psi = 4\lambda + 5 \end{cases}$$

18. Να λυθεί το σύστημα : 
$$\begin{cases} \mu(x-1) + 4y = x \\ \mu(x+\mu y) = x + 2 \end{cases}$$
 (μ παράμετρος)

19. Να λυθούν τα συστήματα : α) 
$$\begin{cases} x - \lambda y = \lambda^2 \\ \lambda x + y = -2 \end{cases}$$
 β) 
$$\begin{cases} (\lambda+2)x + 2\lambda y = 2 \\ x + (\lambda+2)y = \lambda + 1 \end{cases}$$

20. Για ποιες τιμές του λ το σύστημα 
$$\begin{cases} (\lambda+1)x - 3y = \lambda + 2 \\ 3x - (\lambda+1)y = 3\lambda - 2 \end{cases}$$
 είναι : α) αόριστο β) αδύνατο

21. Δίνεται το σύστημα 
$$\begin{cases} (\lambda+1)x - y = 2 \\ -(\lambda-1)x + \lambda y = 3 \end{cases}$$

α) Ναδειχθεί ότι το (Σ) έχει μοναδική λύση  $(x_0, y_0)$  για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$

β) Αν  $x_0 + y_0 = 6$ , να βρείτε τις τιμές του λ

22. Για ποιες τιμές του  $\mu \in \mathbb{R}$  οι ευθείες  $(\varepsilon_1) : 2x + (9\mu - 2)y = 3\mu$  και  $(\varepsilon_2) : x + y = 1$  είναι παράλληλες;

**23. α)** Να αποδειχθεί ότι οι ευθείες  $\epsilon_1 : (\lambda-1)\chi+\psi=1$  και  $\epsilon_2 : (\lambda+1)\chi-\lambda\psi=1$  δεν είναι παράλληλες και κατόπιν να βρείτε το σημείο τομής τους

β) Να βρεθεί η τιμή του  $\lambda$  αν είναι γνωστό ότι η ευθεία  $\epsilon_3 : \chi+\psi=1$  διέρχεται από το σημείο τομής των  $\epsilon_1, \epsilon_2$

**24.** Να λυθούν τα συστήματα : i) 
$$\begin{cases} 2x+3y-z=12 \\ x-5y+3z=-13 \\ 3x-7y-2z=-29 \end{cases}$$
 ii) 
$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+3y+z=2 \\ 4x+7y+3z=6 \end{cases}$$

**25.** Να λυθεί το σύστημα : 
$$\begin{cases} 2x+6y+z=18 \\ x+2y+3z=14 \\ 3x+8y+4z=20 \end{cases}$$

**26.** Να λυθεί το σύστημα : 
$$\begin{cases} x-y+z=5 \\ 2x-y-z=11 \\ x-3y+7z=3 \end{cases}$$

**27. α)** Να λύσετε το σύστημα : 
$$\begin{cases} -2x+4y+z=0 \\ x-6y+z=0 \\ x+2y-2z=0 \end{cases}$$

β) Από τον " τύπο λύσεων " που βρήκατε να δικαιολογήσετε ποιες από τις τριάδες  $(0,0,0)$ ,  $(1,2,-2)$  και είναι λύσεις του συστήματος.

**28.** Να λυθούν τα συστήματα : i) 
$$\begin{cases} x+y=-1 \\ xy=-2 \end{cases}$$
 ii) 
$$\begin{cases} x+y+xy=-3 \\ x+y \quad xy=2 \end{cases}$$
 iii) 
$$\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ xy=2 \end{cases}$$

**29.** Να λυθούν τα συστήματα : i) 
$$\begin{cases} x^2=-2y \\ 2x-y=-2 \end{cases}$$
 ii) 
$$\begin{cases} x^2+y^2=9 \\ xy=-3 \end{cases}$$
 iii) 
$$\begin{cases} x-1^2+y+2^2=9 \\ x-1 \cdot y+2=-3 \end{cases}$$

και να ερμηνευτούν γραφικά τα εξαγόμενα

**30.** Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση  $x^2-y^2=x-y$  παριστάνει δύο ευθείες κάθετες και κατόπιν να

λυθεί το σύστημα 
$$\begin{cases} x^2-y^2=x-y \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$$
 και να ερμηνευτούν γραφικά οι λύσεις