ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο

1. Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $\frac{x-2}{2}-\frac{x+4}{3}=\frac{x+1}{6}$ β) $7x = (x+2)(x+5) - (x^2+10)$

2. Να λυθεί η εξίσωση : $\frac{1}{x^2-x}+\frac{5}{x^2+x}=\frac{4}{x^2-1}$

3. Να λυθεί η εξίσωση : $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$

4. Να λυθεί η εξίσωση : $\frac{x-7}{x-9}+\frac{x-5}{x-7}=\frac{x-4}{x-6}+\frac{x-8}{x-10}$

5. Να λυθεί η εξίσωση : $\alpha(\alpha x-1) = \alpha x+1$

6. Να λυθεί η εξίσωση : $\lambda^2(x-1) - 5\lambda = 4(4x+1)$

7. Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $\alpha(\alpha x-1) = x - 1$ β) $\lambda^2(x-2) - 3\lambda = x + 1$

8. Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $\lambda(\lambda x-1) = x(3\lambda-2) - 1$ β) $\lambda(\lambda x-1) = \lambda x + 3(2x-1)$

9. Να λυθεί η εξίσωση : $x-\frac{2}{\mu^3}=\frac{4x+1}{\mu^2}$

10. Να λυθεί η εξίσωση : $\lambda^2(x-1) = 2\lambda x + \mu - 3$

11. Να λυθεί η εξίσωση : $\frac{2x+\alpha}{\beta}-\frac{x-\beta}{\alpha}=\frac{3\alpha x+(\alpha-\beta)^2}{\alpha\beta}$

12. Να λυθεί η εξίσωση : α) $\lambda(\lambda x-2) + 12x = \mu + 7\lambda x - 4$ β) $\lambda(\lambda x-2) = x+\mu-3$

13. Να βρεθεί το λ αν η εξίσωση $\lambda(\lambda\chi-3)=3\chi+1$ έχει λύση το 1

14. Για ποιες τιμές των α και β η παρακάτω εξίσωση είναι αόριστη:
$x(\alpha^2 -4) = \alpha(3x-1) + 2\beta - 3$

15. Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $|x-1| = 5$ β) $|x-2| = -3$ γ) $|x-1| = |2x-3|$

16. Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $\left|\frac{3x}{2}-\frac{x+1}{3}\right|=|x+2|$ β) $3|x-2|=2\left|x+\frac{1}{2}\right|$

17. Να λυθούν οι εξισώσεις
ι) $|2x-3|=|x-6|$ ιι) $|7x+3|=-3x^2-2$

18. Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $|4-|x||=||x|+3|$ β) $||x|-5|=1$

19. Να λυθεί η εξίσωση : $\frac{|x-3|+3}{2}+\frac{|x-3|+1}{3}=2$

20. Να λυθεί η εξίσωση : $\frac{7|x-1|+4}{5}-\frac{3|x-1|-5}{2}=|x-1|$

21. Να λυθούν οι εξισώσεις :

α) $\frac{5|3x-1|-3}{2}-\frac{|3-9x|}{4}=|3x-1|-5$ β) $|2x-4|-\frac{19-2|x-2|}{2}=\frac{|4-2x|-11}{2}$

22. Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $||x-1|+3| = 7$ β) $|12-|x|| = |3|x|+2|$

23. Να λυθούν οι ανισώσεις εξίσωση : $||x-3|-8| = 11$

24. Να βρεθούν τα x,y ώστε : α) $|x-y+5| + |2x-y+4| = 0$ β) $|x^2+3xy-4| + |x+y| = 0$

25. Να βρεθούν τα x,y ώστε : $|x-2y| + |x+y-3| = 0$

26. Να λυθεί η ανίσωση : $|x^2-x|+|x^2-3x+2|\le 0$

27. Να λυθούν οι εξισώσεις : $|x-1| + |x+1| = x + 4$ και $|2x+1| - |x+2| = 6$

28. Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $|x+3| - |x+1| = x$ β) $|2x+1| + |x-3| = 7$

29. Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $(x+2)^2=x+4$ β) $x(x-3)-\frac{3x}{4}=1$

30. Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $x^2-(2\alpha-\beta)x-2\alpha\beta=0$ β) $x^2+(\sqrt{3}-\sqrt{2})x-\sqrt{6}=0$

31. Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $(\frac{1}{\sqrt{3}-1}-\frac{1}{\sqrt{3}+1})x^2+5x-6=0$ β) $x^2-2x+2\sqrt{3}-3=0$

32. Να αποδειχθεί ότι έχουν ρίζες πραγματικές οι εξισώσεις :
α) $3\lambda x^2-(2\lambda+3\mu)x+2\mu=0$ β) $\alpha(\beta-\gamma)x^2+\beta(\gamma-\alpha)x+\gamma(\alpha-\beta)=0$

33. Για ποιές τιμές του λ έχουν λύση στο R οι εξισώσεις :
α) $(\lambda-3)x^2-2(\lambda+1)x+\lambda-4=0$, $\lambda\neq 3$ β) $3\lambda x^2-(6\lambda+2)x+3\lambda-5=0$

34. Για ποιες τιμές του λ οι εξισώσεις : α) $(\lambda+1)x^2-(3\lambda+1)x+2=0$ β) $(\lambda-2)x^2+3(\lambda-1)x+2\lambda+3=0$ έχουν ρίζες ίσες.

35. Δίνεται η εξίσωση $\lambda x^2+(\lambda-2)x+2-\lambda=0$. Βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda\in R$ έχει :
α) το πολύ μία ρίζα β) δύο άνισες ρίζες

36. Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση :
α) $(\lambda-1)x^2-2(\lambda^2-2)x+\lambda+1=0$ έχει μια ρίζα τον αριθμό 3

β) $(\lambda-2)x^2-(2\lambda-1)x+\lambda^2-5=0$ έχει μια ρίζα τον αριθμό 1

37. Να βρεθούν τα λ,μ ώστε η εξίσωση $2x^2+(\lambda+1)x+\lambda+\mu-3=0$ να έχει μοναδική ρίζα το -1.

38. Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $(x-2)^2-3|x-2|-4=0$ β) $x^2+3|x-1|-2x-3=0$

39. Να λυθούν οι εξισώσεις: i)$(x-2)^2-3|x-2|-4=0$ ii)$x^2+3|x-1|-2x-3=0$

40. Να λυθούν οι εξισώσεις : i) $(2x-1)^2+5|2x-1|-6=0$ ii) $x^2-\dfrac{2x^2}{x^2-2}=2$

41. Να λυθεί η εξίσωση : $(x+\dfrac{1}{x})^2-(x+\dfrac{1}{x})-2=0$

42. Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $(x-\dfrac{6}{x})^2+4x-\dfrac{24}{x}=5$

β) $x^2+\dfrac{1}{x^2}-3(x-\dfrac{1}{x})=0$ γ) $x^2+\dfrac{4}{x^2}-5(x+\dfrac{2}{x})+10=0$

43. Αν x_1,x_2 ρίζες της εξίσωσης $x^2–3x–2=0$ να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων :

α) $\dfrac{1}{x_1^2}+\dfrac{1}{x_2^2}$ β) $(x_1–x_2)^2$ γ) $\dfrac{x_1^2}{x_2}+\dfrac{x_2^2}{x_1}$

44. Αν x_1,x_2 ρίζες της εξίσωσης $x^2–3x+1=0$ να υπολογιστεί η παράσταση :

$$A=\frac{2x_1^3+3x_1^2x_2+3x_1x_2^2+2x_2^3}{x_1^2+3x_1x_2+x_2^2}$$

45. Αν x_1, x_2 είναι οι πραγματικές ρίζες της εξίσωσης $x^2–3x–2=0$ να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων : α) $x_1^{-2}+x_2^{-2}$ β) $\dfrac{1}{3x_1-4}+\dfrac{1}{3x_2-4}$ γ) $\dfrac{(2x_1+x_2)x_1+(2x_2+x_1)x_2}{(3x_1-4)(3x_2-4)}$

46. Αν x_1, x_2 ρίζες της εξίσωσης $(x-1)^2=\alpha(2x-3)$, δείξτε ότι η παράσταση $(x_1–\dfrac{3}{2})(x_2–\dfrac{3}{2})$ είναι ανεξάρτητη από το α χωρίς να λύσετε την εξίσωση.

47. Να κατασκευασθεί εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες :

α) $\rho_1=\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}$, $\rho_2=\dfrac{\beta}{\alpha+\beta}$ β) $\rho_1=\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$, $\rho_2=\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

48. Αν x_1,x_2 οι πραγματικές ρίζες της $x^2+3x+1=0$ να κατασκευασθεί εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες : α) $\rho_1=x_1+\dfrac{1}{x_2}$, $\rho_2=x_2+\dfrac{1}{x_1}$ β) $\rho_1=\dfrac{2}{x_1+3}$, $\rho_2=\dfrac{2}{x_2+3}$

49. Να κατασκευασθεί εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες :

α) $\rho_1=\sqrt{\dfrac{4}{5-2\sqrt{6}}}$, $\rho_2=\sqrt{\dfrac{4}{5+2\sqrt{6}}}$ β) $\rho_1=\dfrac{\sqrt{3+\sqrt{5}}}{\sqrt{3-\sqrt{5}}}+\dfrac{\sqrt{3-\sqrt{5}}}{\sqrt{3+\sqrt{5}}}$, $\rho_2=\dfrac{\lambda\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$

50. Αν x_1,x_2 οι πραγματικές ρίζες της $x^2+3x+1=0$ να κατασκευασθεί εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες : α) $\rho_1=x_1+\dfrac{1}{x_2}$, $\rho_2=x_2+\dfrac{1}{x_1}$ β) $\rho_1=\dfrac{2}{x_1+3}$, $\rho_2=\dfrac{2}{x_2+3}$

51. Να σχηματισθεί εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες ρ_1, ρ_2 αν $3\rho_1+3\rho_2=2\rho_1\rho_2$ και $1-\rho_1\rho_2=5(\rho_1+\rho_2-2)$

52. Αν ρ_1 , ρ_2 είναι οι ρίζες της $x^2+7x+8=0$ και x_1 , x_2 οι ρίζες της $x^2-3x+2=0$ να σχηματισθεί εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες $x_1\rho_1+x_2\rho_2$ και $\rho_1x_2+x_1\rho_2$

53. Δίνεται η εξίσωση : $(\lambda+2)x^2+(\lambda^2-3\lambda+2)x+\lambda^2-\lambda-6=0$. Για ποιες τιμές του λ έχει ρίζες α) αντίθετες β) αντίστροφες

54. Αν x_1 , x_2 ρίζες της $x^2-3x+\lambda=0$ να υπολογιστεί η τιμή του λ ώστε : $5x_1^3x_2-4x_1x_2-4x_1x_2^2+5x_1x_2^3=2\lambda+3$

55. Αν ρ_1 , ρ_2 ρίζες της $2x^2-(\lambda+6)x+3\lambda=0$ να προσδιοριστεί ο $\lambda\in R$ αν α) $\rho_1^2+\rho_2^2=13$ β) $(\rho_1-\dfrac{3}{\rho_2})\cdot(\rho_2-\dfrac{3}{\rho_1})=4$

56. Αν ρ_1 , ρ_2 ρίζες της εξίσωσης $x^2+x+\lambda=0$ που πληρούν την σχέση $\rho_1^3+\rho_1\rho_2(2\rho_1+\rho_2)+2\rho_2=1$ να βρεθεί το λ

57. Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση $2x^2+(2\lambda-3)x+2-\lambda=0$ έχει ρίζες πραγματικές που ικανοποιούν την σχέση : $0<\rho_1+\rho_2+\rho_1\rho_2<2$

58. Δίνονται οι εξισώσεις $x^2-4\alpha x-20=0$ (1) και $x^2+2x-\alpha-1=0$ (2). Να βρείτε τα $\alpha\in R$ αν γνωρίζουμε ότι η μία ρίζα της (1) είναι ίση με το άθροισμα των τετραγώνων των ριζών της (2)

59. Δίνονται οι εξισώσεις $x^2-2x-\lambda=0$ (1) και $x^2+\lambda x+1=0$ (2) και οι ρίζες τους x_1,x_2 και ρ_1,ρ_2 αντίστοιχα. Να προσδιορισθεί ο λ έτσι ώστε η μία ρίζα της πρώτης να είναι ίση με το τετράγωνο της διαφοράς των ριζών της δεύτερης

60. Δίνεται η εξίσωση $x^2+2\lambda x-3=0$, $\lambda\in R$. i) Αν οι ρίζες x_1 ,x_2 της εξίσωσης ικανοποιούν την σχέση $x_1(x_1+2x_2)=4-x_2^2$ να βρεθεί το $\lambda\in N$ ii) Για τις τιμές του λ που θα βρείτε να λύσετε την ανίσωση $|x+\lambda|-x_1x_2<x_1^2+x_2^2$

61. Αν ρ_1 , ρ_2 ρίζες της εξίσωσης $x^2-2x+\lambda=0$ να προσδιοριστεί ο $\lambda\in R$ ώστε ο λόγος των ριζών να είναι 2.

62. Αν ρ_1 , ρ_2 ρίζες της εξίσωσης $2x^2-(\lambda+1)x+\lambda+3=0$ να προσδιοριστεί ο $\lambda\in R$ ώστε $\rho_1-\rho_2=1$

63. Αν x_1 , x_2 ρίζες της εξίσωσης x^2-7x+1=0 να δείξετε ότι η παράσταση : $A=\frac{\sqrt[4]{x_1}}{\sqrt[4]{x_2}}+\frac{\sqrt[4]{x_2}}{\sqrt[4]{x_1}}$ έχει νόημα και να υπολογισθεί η αριθμητική τιμή της

64. Αν ρ_1 , ρ_2 ρίζες της εξίσωσης x^2-3x+λ=0 να προσδιοριστεί $\lambda\in R$ ώστε
$2\rho_1^2+3\rho_2^2+5\rho_1\rho_2=15$

65. Αν ρ_1 , ρ_2 ρίζες της εξίσωσης $x^2+x+\lambda=0$ που πληρούν την σχέση
$\rho_1^3+\rho_1\rho_2(2\rho_1+\rho_2)+2\rho_2=1$ να βρεθεί το λ

66. Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $x^5+8x^2=0$ β) $x^4+16=0$ γ) $x^5=81x$

67. Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $x^5-16x=0$ β) $x^4-16=0$ γ) $x^6=32x$

68. Δίνεται η εξίσωση $x^2-4x+(\lambda-2)=0$, $\lambda\in R$ (1)
α. Για ποιές τιμές του $\lambda\in R$ η εξίσωση έχει δύο πραγματικές και άνισες λύσεις.
β. Να βρεθεί το $\lambda\in R$ ώστε ο αριθμός $x=\sqrt[6]{4}\cdot\sqrt{\sqrt[3]{2}}\cdot\sqrt{2}$ να είναι ρίζα της (1)
γ. Αν η εξίσωση (1) έχει δύο πραγματικές ρίζες x_1,x_2, να βρεθεί το $\lambda\in R$, ώστε $|x_1+x_2+3x_1\cdot x_2|<12$

69. Δίνεται το τριώνυμο $x^2+(\lambda-2)x+2\lambda-7$,$\lambda\in R$
i. Να βρείτε την διακρίνουσα Δ του τριωνύμου και να λύσετε την εξίσωση Δ=0
ii. Να προσδιορίσετε τις τιμές του $\lambda\in R$ για την οποία η εξίσωση $x^2+(\lambda-2)x+2\lambda-7=0$, $\lambda\in R$(1) έχει δύο ομόσημες και άνισες ρίζες
iii. Αν x_1,x_2 οι δύο άνισες ρίζες της (1) , τότε να λύσετε την ανίσωση $|3x_1+3x_2+x_1\cdot x_2|<12$
iv. Να εξετάσετε αν μπορεί η εξίσωση (1) να έχει δύο αντίθετες ρίζες .

70. Δίνεται η εξίσωση $x^2-2\lambda x+\lambda(\lambda+3)=0$ (1)
α. Να βρείτε για ποίες τιμές του $\lambda\in R$ η εξίσωση (1) έχει δύο πραγματικές και άνισες λύσεις
β. Έστω S και P το άθροισμα και το γινόμενο αντίστοιχα των ριζών της εξίσωσης (1).
Αν ισχύει P–S=12, να προσδιορίσετε την τιμή του $\lambda\in R$
Για την τιμή του $\lambda\in R$ που βρήκατε στο β) ερώτημα, τότε:
γ. Να υπολογίσετε την παράσταση $A=\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}$
δ. Να κατασκευάσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού, με ρίζες τους αριθμούς $x_1^2x_2$ και $x_2^2x_1$

71. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda+1)x^2-(3\lambda-2)x+\lambda+1=0$ (1) $\lambda\in R$
α. Να λυθεί η εξίσωση (1) για λ=5
β. Αν λ>4 να δείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες.
γ. Να βρεθεί η τιμή του $\lambda\in R$ για την οποία η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες τις x_1,x_2 για τις οποίες ισχύει $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{16}{7}$

72. Δ1. Βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης και αποδείξτε ότι: $f(x)=x^2-x-1$
Δ2. Να δείξετε ότι η εξίσωση f(x)=0 έχει δύο ρίζες ετερόσημες.
Δ3. Να λυθεί η εξίσωση $f(x^2)=11$,όπου x ανήκει στο πεδίο ορισμού της συνάρτησης f.
Δ4. Αν x_1,x_2 οι λύσεις της εξίσωσης του ερωτήματος Δ2, να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω

παραστάσεων χωρίς να βρεθούν οι ρίζες

i. $A=\left(2\sqrt{2}+x_1\sqrt{2}\right)^{2014}\cdot\left(2\sqrt{2}+x_2\sqrt{2}\right)^{2014}$

ii. $\frac{1}{\sqrt[4028]{A}-3}-\frac{1}{\sqrt[4028]{A}+3}$

73. Δίνεται η εξίσωση $x^2-2x-\sqrt{3}=0$ και x_1, x_2 οι ρίζες της.
Θεωρούμε και μια αριθμητική πρόοδο με πρώτο όρο $α_1= x_1+x_2$ και διαφορά $ω=(x_1\cdot x_2)^2$

Γ1. Να αποδείξετε ότι $α_1=2$ και $ω=3$.

Γ2. Να βρείτε τον δέκατο όρο της αριθμητικής προόδου.

Γ3. Να υπολογίσετε το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της παραπάνω προόδου.

Γ4. Επιλέγουμε στην τύχη έναν αριθμό $ν\in Ω=\{1,2,3,...,15\}$. Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου: Α: το άθροισμα $S_ν$ των ν πρώτων όρων της παραπάνω προόδου είναι μεγαλύτερο από 155. **(7+6+6+6 μονάδες)**

74. Δίνεται η εξίσωση: $x^2-λx-(λ^2+5)=0$, με $λ\in R$.

Γ1. Να δείξετε ότι για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού λ, η παραπάνω εξίσωση έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες.

Γ2. Να υπολογίσετε το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της παραπάνω εξίσωσης, συναρτήσει του λ.

Γ3. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, να βρεθούν οι τιμές του πραγματικού αριθμού λ ώστε να ισχύει: $(x_1-1)\cdot(x_2-1)=-4$

ΘΕΜΑ 2–485

Δίνεται η εξίσωση $λ\cdot x = x+λ^2-1$, με παράμετρο $λ\in\mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση γράφεται ισοδύναμα: $(λ-1)x=(λ-1)(λ+1)$ (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τις τιμές του *λ* για τις οποίες η παραπάνω εξίσωση έχει ακριβώς μία λύση την οποία και να βρείτε. (Μονάδες 8)

γ) Για ποια τιμή του *λ* η παραπάνω εξίσωση είναι ταυτότητα στο σύνολο των πραγματικών αριθμών; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2 - 507

Δίνεται η εξίσωση: $(λ^2-9)x=λ^2-3λ$ (1), με παράμετρο $λ\in R$

α) Επιλέγοντας τρείς διαφορετικές πραγματικές τιμές για το λ, να γράψετε τρείς εξισώσεις. (Μονάδες 6)

β) Να προσδιορίσετε τις τιμές του $λ\in R$ ώστε η (1) να έχει μία και μοναδική λύση. (Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε την τιμή του $λ\in R$ ώστε η μοναδική λύση της (1) να ισούται με 4. (Μονάδες 10)

GI_A_ALG_2_1055

Δίνεται η εξίσωση: $(λ^2-1)x=(λ+1)(λ+2)$ με παράμετρο $λ\in R$

α) Να λύσετε την εξίσωση για $λ=1$ και για $λ=-1$. Μονάδες 12

β) Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει μοναδική λύση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. Μονάδες 13

GI_A_ALG_2_3382

Δίνεται η παράσταση: $A=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

α) Να δείξετε ότι: $A=4$. Μονάδες 12

β) Να λύσετε την εξίσωση: $|x+A|=1$ Μονάδες 13

GI_A_ALG_2_ 4302

Δίνεται η εξίσωση: $(α+3)x=α^2-9$, με παράμετρο $α\in R$

α) Να λύσετε την εξίσωση στις παρακάτω περιπτώσεις:

i) όταν $α = 1$ Μονάδες 5

ii) όταν $α = -3$ Μονάδες 8

β) Να βρείτε τις τιμές του α, για τις οποίες η εξίσωση έχει μοναδική λύση και να προσδιορίσετε τη λύση αυτή. Μονάδες 12

GI_A_ALG_4_2302

Σε έναν άξονα τα σημεία Α, Β και Μ αντιστοιχούν στους αριθμούς 5, 9 και x αντίστοιχα.

α) Να διατυπώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία των παραστάσεων $|x-5|$ και $|x-9|$. Μονάδες 10

β) Αν ισχύει $|x-5|= |x-9|$,

i) Ποια γεωμετρική ιδιότητα του σημείου Μ αναγνωρίζετε;

Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας. Μονάδες 7

ii) Με χρήση του άξονα, να προσδιορίσετε τον πραγματικό αριθμό x που παριστάνει το σημείο Μ.

Να επιβεβαιώσετε με αλγεβρικό τρόπο την απάντηση σας. Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2–481

Δίνεται η εξίσωση $x^2-2λx+4(λ-1)=0$ με παράμετρο $λ\in\mathbb{R}$

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα της εξίσωσης. , (Μονάδες 8)

β)Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $λ\in\mathbb{R}$ (Μονάδες

γ)Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης, τότε να βρείτε για ποια τιμή του $λ$ ισχύει:

$x_1+x_2=x_1\cdot x_2$

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2–483

α)Να λύσετε την εξίσωση $|2x-1| = 3$ (Μονάδες 12)

β Αν α, β με α< β είναι οι ρίζες της εξίσωσης του ερωτήματος (α), τότε να λύσετε την εξίσωση $α x^2+ β x + 3 = 0$ (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2–493

α) Να λύσετε την εξίσωση $|x-2|=\sqrt{3}$ (Μονάδες 10)

β) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες, τις ρίζες της εξίσωσης του α) ερωτήματος. (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2–496

Δίνεται η εξίσωση $x^2-2λx+4(λ-1)=0$ με παράμετρο $λ\in\mathbb{R}$

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα της εξίσωσης. , (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $λ\in\mathbb{R}$.

(Μονάδες 8)

γ)Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης, τότε να βρείτε για ποια τιμή του $λ$ ισχύει:

$(x_1+x_2)^2+x_1\cdot x_2+5=0$ (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2 - 1007

α) Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης: $-2x^2+10x=12$ Μονάδες 15

β. Να λύσετε την εξίσωση: $\dfrac{-2x^2+10x-12}{x-2}=0$ Μονάδες 10

GI_A_ALG_2_1092

Δίνονται οι αριθμοί: $A=\dfrac{1}{5+\sqrt{5}}$ και $B=\dfrac{1}{5-\sqrt{5}}$

α) Να δείξετε ότι:

i) $A+B=\dfrac{1}{2}$ Μονάδες 8

ii) $A\cdot B=\dfrac{1}{20}$ Μονάδες 8

β) Να κατασκευάσετε μια εξίσωση $2^{ου}$ βαθμού με ρίζες τους αριθμούς Α και Β. Μονάδες 9

GI_A_ALG_2_1097

Δίνεται το τριώνυμο $\lambda x^2+\lambda x-5=0$ όπου $\lambda\in$ R.

α) Αν μια ρίζα του τριωνύμου είναι ο αριθμός $x_0=1$, να προσδιορίσετε την τιμή του λ.

Μονάδες 12

β) Για $\lambda=3$, να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο.

Μονάδες 13

GI_A_ALG_2_1275

Δίνεται το τριώνυμο $2x^2+5x-1$

α) Να δείξετε ότι το τριώνυμο έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες x_1 και x_2 (Μονάδες 6)

β) Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων x_1+x_2, $x_1\cdot x_2$ και $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}$ (Μονάδες 9)

γ) Να προσδιορίσετε μια εξίσωση $2^{ου}$ βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς $\dfrac{1}{x_1}$ και $\dfrac{1}{x_2}$

(Μονάδες 10)

GI_A_ALG_2_1281

Δίνεται το τριώνυμο $-x^2+\left(\sqrt{3}-1\right)x+\sqrt{3}$

α) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι $\Delta=\left(\sqrt{3}+1\right)^2$ (Μονάδες 12)

β) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο (Μονάδες 13)

GI_A_ALG_2_1282

α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $3x^2-2x-1$ (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες έχει νόημα η παράσταση: $A(x)=\dfrac{x-1}{3x^2-2x-1}$

και στη συνέχεια να την απλοποιήσετε. (Μονάδες 9)

γ) Να λύσετε την εξίσωση: $|A(x)|=1$ (Μονάδες 8)

GI_A_ALG_2_1298

Έστω α,β πραγματικοί αριθμοί για τους οποίους ισχύουν: $\alpha+\beta=2$ και $\alpha^2\beta+\alpha\beta^2=-30$

α) Να αποδείξετε ότι: $\alpha\cdot\beta=-15$ Μονάδες 10

β) Να κατασκευάσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς α,β και να τους βρείτε.
Μονάδες 15

GI_A_ALG_2_1509

Δίνεται η εξίσωση $x^2-(\lambda-1)x+6=0$, (1) με παράμετρο $\lambda\in R$.

α) Αν η παραπάνω εξίσωση έχει λύση το 1,να βρείτε το λ. Μονάδες 13

β) Για λ=1 να λύσετε την εξίσωση (1) Μονάδες 12

GI_A_ALG_2_1533

Θεωρούμε την εξίσωση $x^2+2x+\lambda-2=0$ με παράμετρο $\lambda\in R$

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες.

β) Στην περίπτωση που η εξίσωση έχει δύο ρίζες x_1,x_2 να προσδιορίσετε το λ ώστε να ισχύει:
$x_1\cdot x_2-2(x_1+x_2)=1$

GI_A_ALG_2_3839

Δίνεται η εξίσωση: $\lambda x^2-(\lambda-1)x-1=0$ με παράμετρο $\lambda\neq 0$.

α) Να βρείτε την τιμή του λ για την οποία η εξίσωση έχει ρίζα τον αριθμό -2. Μονάδες 12

β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda\neq 0$. Μονάδες 13

GI_A_ALG_2_3847

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda+2)x^2+2\lambda x+\lambda-1=0$, με παράμετρο $\lambda\neq-2$

Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες:

α) η εξίσωση έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες. Μονάδες 13

β) το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης είναι ίσο με 2. Μονάδες 12

GI_A_ALG_2_3857

Έστω α,β πραγματικοί αριθμοί για τους οποίους ισχύουν: $\alpha\beta=4$ και $\alpha^2\beta+\alpha\beta^2=20$

α) Να αποδείξετε ότι: $\alpha+\beta=5$ Μονάδες 10

β) Να κατασκευάσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς α,β και να τους βρείτε.
Μονάδες 15

GI_A_ALG_2_3863

Έστω α,β πραγματικοί αριθμοί για τους οποίους ισχύουν: $\alpha+\beta=1$ και $\alpha^3\beta+2\alpha^2\beta^2+\alpha\beta^3=-12$

α) Να αποδείξετε ότι: $\alpha\beta=-12$ Μονάδες 10

β) Να κατασκευάσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς α,β και να τους βρείτε.
Μονάδες 15

GI_A_ALG_2_4309

Δίνεται ορθογώνιο με περίμετρο Π = 20cm και εμβαδόν $E=24cm^2$.

α) Να κατασκευάσετε μία εξίσωση $2^{ου}$ βαθμού που έχει ως ρίζες τα μήκη των πλευρών αυτού του ορθογωνίου. Μονάδες 15

β) Να βρείτε τα μήκη των πλευρών του ορθογωνίου.

Μονάδες 10

GI_A_ALG_2_4310

Δίνονται δύο πραγματικοί αριθμοί α ,β, τέτοιοι ώστε: $\alpha + \beta = 12$ και $\alpha^2+\beta^2=272$

α) Με τη βοήθεια της ταυτότητας $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2+2\alpha\beta +\beta^2$ να δείξετε ότι: $\alpha\beta = -64$.

Μονάδες 8

β) Να κατασκευάσετε μια εξίσωση 2ου βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς α, β .

Μονάδες 10

γ) Να προσδιορίσετε τους αριθμούς α ,β.

Μονάδες 7

GI_A_ALG_2_4313

Δίνονται οι αριθμοί: $A = \dfrac{1}{3-\sqrt{7}}$ $B = \dfrac{1}{3+\sqrt{7}}$

α) Να δείξετε ότι: $A + B = 3$ και $A \cdot B = \dfrac{1}{2}$

Μονάδες 12

β) Να κατασκευάσετε μια εξίσωση $2^{ου}$ βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς Α, Β.

Μονάδες 13

GI_A_ALG_4_1955

Τέσσερις αθλητές, ο Αργυρής, ο Βασίλης, ο Γιώργος και ο Δημήτρης τερμάτισαν σε έναν αγώνα δρόμου με αντίστοιχους χρόνους (σε λεπτά) t_A, t_B, t_G και t_D, για τους οποίους ισχύουν οι σχέσεις: $t_A < t_B$ $t_G = \dfrac{t_A + 2t_B}{3}$ και $|t_A - t_D| = |t_B - t_D|$.

α) I) Να δείξετε ότι: $t_D = \dfrac{t_A + t_B}{2}$. Μονάδες 5

ii) Να βρείτε τη σειρά με την οποία τερμάτισαν οι αθλητές. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

Μονάδες 10

β) Δίνεται επιπλέον ότι ισχύει: $t_A + t_B = 6$ και $t_A \cdot t_B = 8$

i) Να γράψετε μια εξίσωση 2ου βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς t_A και t_B Μονάδες 5

ii) Να βρείτε τους χρόνους τερματισμού των τεσσάρων αθλητών. Μονάδες 5